

Allgemeines über Statik und Festigkeit:

Der Begriff Statik kommt aus dem Griechischen und bedeutet soviel wie die Lehre von Kräften, die sich im Gleichgewicht befinden. Oder, es ist das Wissen über die Festigkeit und Stabilität eines Bauwerks.

In der Regel geht man von ruhenden Kräften aus, die ein Bauteil ertragen können muß, plus die Belastungen die durch seine Bestimmungen hinzukommen. (Mensch, Wind, Schnee, etc.)

Ein Feuertisch z.B. hat 4 Füße, die überwiegend während des ganzen Camps die gleiche statische Belastung aushalten müssen, abgesehen von kleinen Gewichtsveränderungen. Jedoch beim Querbalken einer Schiffschaukel sieht es schon ganz anders aus. Es herrschen ständig andere Kräfte. Der Querbalken hat einen statischen Belastungsanteil, der im Vergleich zum dynamischen Belastungsanteil gering ist. Der dynamische Anteil wird durch Beschleunigungskräfte verursacht. Rechnerisch wird so ein Bauteil zunächst statisch betrachtet (die maximal auftretenden Spannungen), und zusätzlich wird ein Nachweis erbracht, ob der Querbalken bei den vielen Lastwechseln noch hält.

Bei uns genügt es, wenn bei dynamischer Belastung die statischen und dynamischen Kräfte, die auftreten, zusammen berücksichtigt werden und ein Sicherheitsfaktor von mindestens 3 verwendet wird.

Diagramm 1: statische oder ruhende Belastung (Feuertisch)

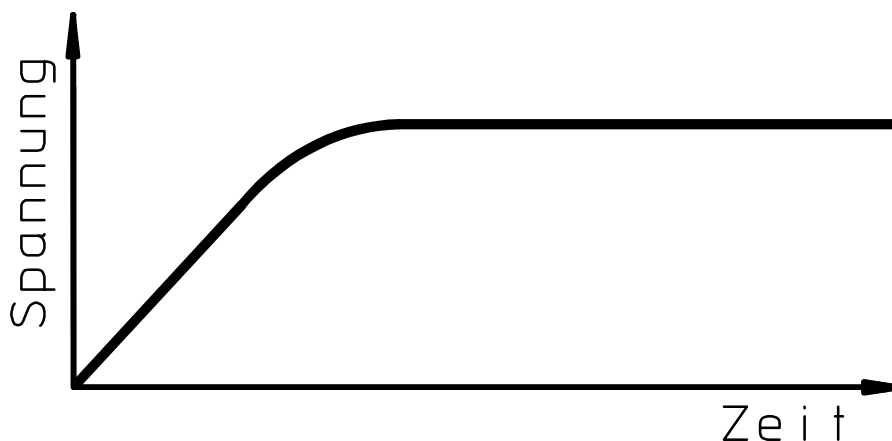
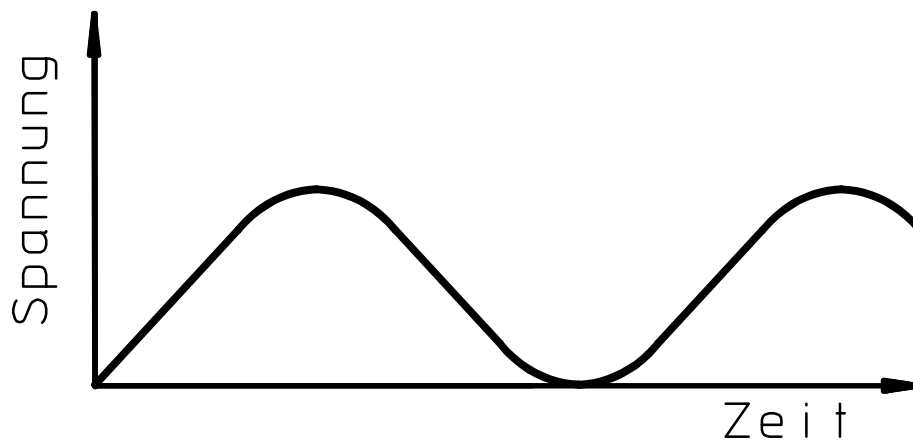
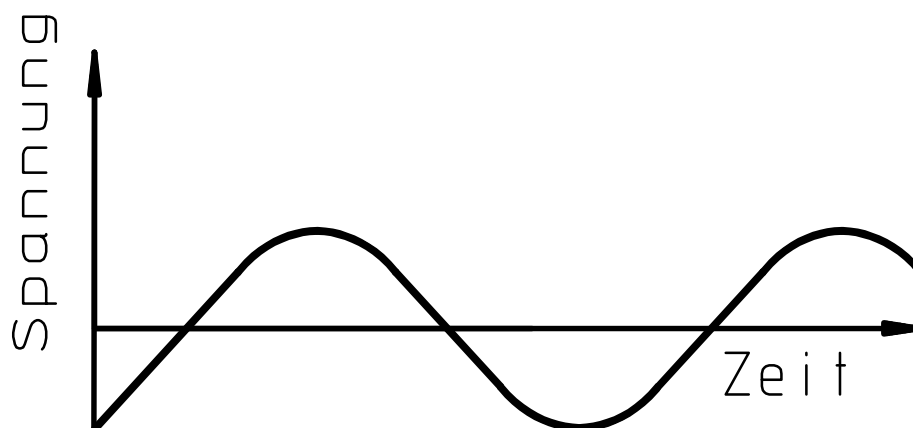


Diagramm 2: dynamisch-schwellende Belastung

sie tritt auf bei Schaukeln, wo die Kraft nur nach unten gerichtet ist

**Diagramm 3:** dynamisch-wechselnde Belastung

sie tritt auf bei dem Windradflügel > Zug- und Druckkräfte wechseln sich ab.



Kräfte kommen meistens überlagert vor. Das heißt Zug-, Biege-, Torsion- und Abscherspannungen können gleichzeitig auftreten. Um sie jedoch berechnen zu können, müssen sie getrennt betrachtet werden. Anhand der Vergleichspannung (Formel) werden sie miteinander verrechnet. Man spricht von einer zusammengesetzten Beanspruchung.

In der Regel betrachte ich im Lagerbau nur die dominierende Spannung und vernachlässige die anderen, weil sie im Verhältnis zur dominierenden gering sind. Biegespannungen und Knickung durch Druck bei Holzstangen und Zugspannungen bei Seilen sind die wichtigsten.

Seile können nur Zugspannungen aufnehmen.

Festigkeit:

Die Festigkeit von Bauteilen ist von den folgenden Faktoren abhängig:

- **Werkstoff**, der E-Modul ist dabei die vergleichbare Rechengröße

daraus resultiert:

Zugfestigkeit

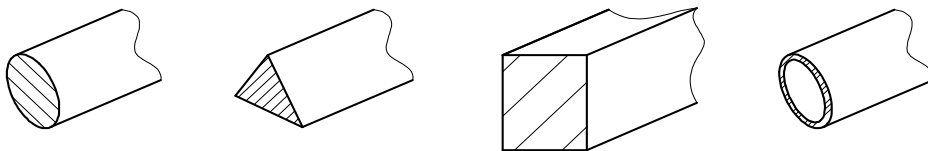
Druckfestigkeit

Biegefestigkeit

Dreh- oder Torsionsfestigkeit

Scherfestigkeit

- **Geometrie**



daraus resultiert:

Widerstandsmoment

Flächenträgheitsmoment

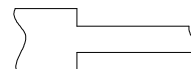
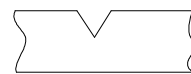
Äquatoriales Trägheitsmoment

Polares Trägheitsmoment

- **Kerbwirkung**

daraus resultiert:

innere Spannung



- **Art der Krafteinwirkung**

ruhend

wechselnd

schwellend

stoßartig

- **Temperatur**

Umgebungsmedium

Arten der Spannungen - Beanspruchungsarten:

1. Zugspannung:
$$\sigma_z = \frac{F_n}{A} = \frac{\text{Normalkraft}}{\text{Querschnittsfläche}}$$

2. Druckspannung:
$$\sigma_d = \frac{F_n}{A} = \frac{\text{Normalkraft}}{\text{Querschnittsfläche}}$$

3. Biegespannung:
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{\text{Biegemoment}}{\text{axiales Widerstandsmoment}}$$

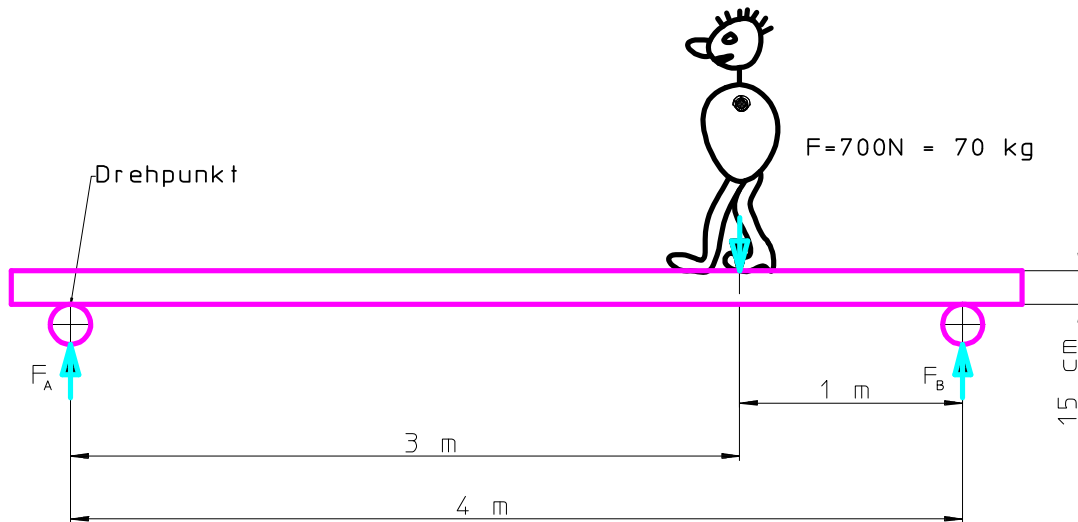
4. Torsionsspannung:
$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{\text{Torsionsmoment}}{\text{polares Widerstandsmoment}}$$

5. Schubspannung:
$$\tau_q = \frac{F_q}{A} = \frac{\text{Querkraft}}{\text{Querschnittsfläche}}$$

Skizze 1: überlagerte Spannungen verringern grundsätzlich die Festigkeit

Biegespannung:

Die Biegespannung ist im Lagerbau oft die kritische Spannung, weil Holz auf Biegung am meisten gefährdet ist.



1.) gesucht sind F_A und F_B

$$\text{es gilt: } \sum M = 0 \quad \text{oder} \quad \sum \vec{M} = \sum \vec{M}$$

$$F * l_2 = F_B * l$$

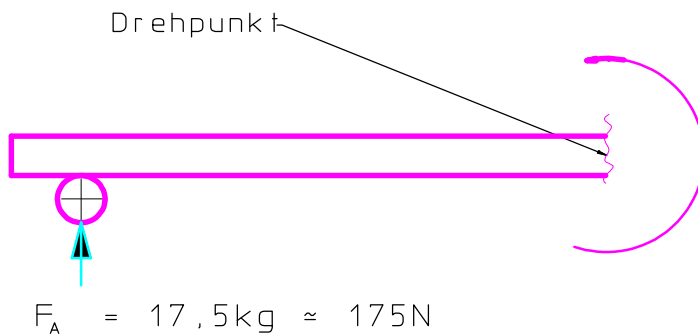
$$F_B = \frac{F * l_2}{l}$$

$$F_B = \frac{70 \text{ kg} * 3 \text{ m}}{4 \text{ m}}$$

$$\underline{F_B = 52,5 \text{ kg}}$$

Die Kraft F teilt sich entsprechend dem Ort, wo das Männchen steht, auf die beiden Lager auf.
Daraus folgt: $F_A = 17,5 \text{ kg}$

- 2.) gesucht ist das Biegemoment (Nm) in der Mitte durch die Belastung von 70kg, denn in der Mitte ist das größte Biegemoment zu erwarten.



$$M_b = F_A * \frac{3}{4} l$$

$$M_b = 175 \text{ N} * 3 \text{ m}$$

$$\underline{M_b = 525 \text{ Nm}}$$

Wenn das Männchen bei l_3 steht, haben wir ein Biegemoment von 525Nm. Steht er jedoch in der Mitte, dann erhöht sich das Biegemoment auf das Maximum.

Denn da gilt: $F_A = F_B = 350 \text{ N}$

daraus folgt: $M_{bMitte} = F_A * \frac{l}{2}$

$$M_{bMitte} = 350 \text{ N} * 2 \text{ m}$$

$$M_{bMitte} = 700 \text{ Nm}$$

Biegespannung an der Stelle l_3 : > erhältlich aus dem Biegemoment

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

$$\sigma_b = \frac{525 \text{ Nm}}{\frac{\pi * d^3}{32}}$$

$$\sigma_b = \frac{525 \text{ Nm}}{\frac{3,14 * 0,15^3 \text{ m}^3}{32}}$$

$$\sigma_b = 1584476 \frac{N}{m^2}$$

$$\sigma_b = 1584,476 \frac{KN}{m^2}$$

$$\sigma_b = 1584,476 \frac{KN}{m^2} * \frac{m^2}{10^4 * cm^2} *$$

$$\underline{\sigma_b = 0,1584 \frac{KN}{cm^2}} < \sigma_{zulässig} = 0,7 \frac{KN}{cm^2} -$$

Güteklasse III Tabelle 2

Biegespannung in der Mitte:

$$\sigma_{bMitte} = \frac{M_{bMitte}}{W}$$

$$\sigma_{bMitte} = \frac{700 Nm}{\frac{\pi * d^3}{32}}$$

$$\sigma_{bMitte} = \frac{700 Nm}{\frac{3,14 * 0,15^3 m^3}{32}}$$

$$\underline{\sigma_{bMitte} = 0,21 \frac{KN}{cm^2}} < \sigma_{zulässig} = 0,7 \frac{KN}{cm^2}$$

Sicherheit in der Mitte:

$$S_{Mitte} = \frac{\sigma_{zulässig}}{\sigma_{vorhanden}}$$

$$S_{Mitte} = \frac{0,7 KN / cm^2}{0,21 KN / cm^2}$$

$$\underline{S_{Mitte} = 3,3} = S_{gewünscht} = 1,5$$

Ergebnis: Die Auslegung des Biegebalkens ist ausreichend. Er könnte auch 3x so stark belastet werden, ohne dass er bricht. Doch Vorsicht, er wäre nun mehr ohne Sicherheit. Die geringste unberücksichtigte Kleinigkeit und der Balken kracht.